

正・負の数の効率的な指導

—負の数の導入と代数和について—

三条市立第三中学校教諭 高 島 進

I 研究の動機

生徒は正の数、負の数を学習することにより、数学の新分野にふれる喜びを感じ、中学生になったという実感を味わう。だから負の数の学習が数学をより好きにさせる。それだけに指導方法にも一段と工夫が必要である。

数学では計算が大切である。しかし、数概念の理解が根底になければ無意味である。このことから数概念の拡張には、じゅうぶんな理解ができるようにしなければならない。

正・負の数が以後の発展（文字式へ）の基礎になるので代数和の理解をじゅうぶんにはからなければならぬ。

II 研究の目的と研究仮説

1. 研究の目的

中学1年の数学の重要な教材である「正の数・負の数」の学習でつまづいたために、数学が嫌いになり、意欲をなくし、落としていく生徒がでてくる。

正の数、負の数の概念を深め、四則計算に習熟させるために生徒の意欲を盛り上げながら、効率的な指導過程を実証的に研究する。

2. 研究の仮説

- (1) 矢線を使用し、負の数の概念（方向と大きさを同時に表わす）を視覚にうったえ、理解を深める。（中以下の生徒に有効である。）
- (2) 進行方向と進む距離（動作で示す。数直線、矢線で具体的に示す。）より計算法則を容易に発見できる。定着する。
- (3) 縦書き計算を意識的に取り入れ、項の考えをクローズアップすることにより、代数和の考えにスムーズに入ることができる。

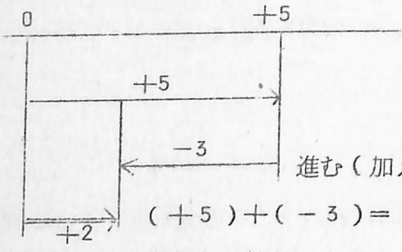
III 研究の内容とその方法

1. 対 象

現在、私が担当している1年3組（男23名、女23名、計46名、私が学級担任）と1年5組（男23名、女23名、計46名）をそれぞれ、統制群、実験群とし、知能検査と学力検査を基に

1学期の中間テスト，定期テストなどを参考にし，上位群，中位群，下位群，各10名を抽出して実験の対象生徒とした。

2. 研究内容

実 験 群	統 制 群
<p>①反意語（方向を導入，矢線で示す。） 反意数（反意語を数に結びつける。大きさを導入） 方向，大きさを矢線で示す。</p> <p>②③変化の様子を正・負の数で統一的にとらえる。 基準の量としての0の意義（相対的変化量で導入）</p> <p>④⑤正・負の数の大小 数直線……身長，仮平均の考え方（基準を変える。） 絶対値</p>	<p>①0より小さい数（自記温度計……数直線につながりやすい。）負の数の意味を直観的にとらえさせる。負の数の実在性を数直線で明らかにする。</p> <p>②正・負の数の大小，数直線</p> <p>③④正・負の数で量を表わす。統一的にとらえる。</p> <p>⑤練習問題</p>
<p>加法 ある地点から東へ5Km進み，さらに西へ3Km進んだ。今の地点は，</p>  <p>進む（加える。） $(+5) + (-3) = (+2)$ 縦書き（代数和へのステップ） 項の考え……項を分離して考える習慣をつける。加法の記号を縦書きのときは省略（意識的に）</p> <p>減法 進むの反対……バックする。（ひく。）</p>	<p>正の数をたす。（大きい数を求める。） 正の数をひく。（小さい数を求める。） 負の数をたす。 正の数をひく。 負の数をひく。 正の数をたす。</p> <p>$2 + 5$……5をたすという操作を考えさせ，5大きい数を求めることであるというふうに納得させる。計算のしかたが納得できる。そして熟達を計る。</p> <p>数直線を徹底的に利用（わかりやすさ） 計算は正の数になおして考えた方が説明しやすく，簡明でわかりやすい。</p>

$2 \div 3$ は分数を導入することにより $\frac{2}{3}$ と表わせる。 $3 - 7$ はどんな数を考えれば計算できるようになるか。（生徒の必要性）

負の数とか負の量という概念は直観的には数の大きさという概念に結びついているというよりもむしろ広義の方向という概念，すなわち方向が相反している，意義が相反しているという概念に結

びついたものであることを徹底させる。

3. 方法

(1) 調査1 ねらい 負の数の概念の理解の程度を調べる。

(導入の5時間が終了したとき)

① 次のかっこ内の数の大小を, 不等号を使って表わせ。

ア. $(-4, +7)$ イ. $(-8, -2)$ ウ. $(0, -\frac{1}{3})$ エ. $(-\frac{1}{4}, -\frac{2}{5})$

② 次の数を小さい方から順に並べかえよ。

ア. $-2, 0, 0.1, -5, -10$ イ. $\frac{1}{3}, -4, 0, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}$

③ 次のことばの意味をかけ。

ア. 今から-8年後 イ. -1万円の利益 ウ. -20の増加 エ. -25点の勝ち

(2) 調査2 ねらい 加減の計算の理解度を調べる。誤答例を調べる。

縦書きと横書きの理解度の相違を調べる。

① 次の加法をせよ。(一部省略)

② 次の減法をせよ。

ア $(+2) + (+5)$ ウ $(-6) + (-2)$ ア $(+8) - (+8)$ ウ $(+9) - (-6)$

ク $(-7) + (+2)$ コ $(-9) + (+9)$ ク $(-2) - (+7)$ コ $(-4) - (-4)$

③ 次の加法をせよ。

④ 次の減法をせよ。

ア $+3$ エ -4 キ $+2$

ア $+6$ ウ $+8$ コ -7

$+5$

-4

-6

$-) +6$ $-) -4$ $-) -7$

(3) 調査3 ねらい 計算の理解度(代数和の理解に関係する。)を調べる。

① 次の計算をせよ。(一部省略)

ア. $32 - 41 + 7 - 26$ イ. $-6 + 17 - 39 + 21$ ウ. $4.3 - (-2.4) + 6.1$

エ. $1 + (-\frac{2}{3}) - (-\frac{5}{6})$ ス. $-4 - (-15) \div (-3)$ セ. $18 \div (-9) - 20 \div$

(-4)

② $a = -16$, $b = 12$ のとき, 次の式の c の値を求めよ。

ア $c = a + b$ ウ $c = 2a + 3b$

(4) 調査4 ねらい 代数和の理解が定着しているか。項の考えが定着しているか。

① 次の式の括弧の中にあてはまる数をかけ。(一部省略)

ア $4 - (-8) = 4 + ()$ イ $6 - (+8) = 6 + ()$ ウ $-8 - (+8) = -8 + ()$

② 次の式をたし算の形になおせ。

ア $12 - (-9)$ イ $24 - 36$ エ $7 - 9 + 8 - 6$ オ $-2 - (-9) - 18(-5)$

③ 次の式で正の項はどれか。負の項はどれか。

ア $(-9) + (+10) + (-12) + (+18)$ イ $-13 + 20 - 17 + 14$

④ 次の式のたし算の記号をはぶけ。

⑤ 次の式をたし算になおして計算せよ。

ア $(+1) + (-8) - (-7) - (+3)$

⑥ 次の計算をせよ。

ア $(+4) - (-2) + (+6) - (-9)$ ウ $-3 + 4 - 7 + 6$ オ $7 - 20 - 3 + 4$

Ⅳ 研究の結果とその考察

1. 調査1について

資料1 (10点満点)

	L ₁	L ₂	M ₁	M ₂	H ₁	H ₂
平均	7.3	7.8	9.2	9.3	9.7	9.6
標準偏差	1.74	2.68	0.98	1.01	0.46	0.66
有意差						

L₁は実験群の下位群, L₂は統制群の下位群, M₁は実験群の中位群, M₂は統制群の中位群, H₁は実験群の上位群, H₂は統制群の上位群(以下同じ)

有意差は認められない。負の数の導入において、実験群、統制群の指導法に差は認められなかった。いずれにしろ、よく理解されていたと思う。

問題数が少なかったので、やや妥当性をかいたのではないということも考えられるが。

2. 調査2について

①と②について

資料2の1 (20点満点)

	L ₁	L ₂	M ₁	M ₂	H ₁	H ₂
平均	15.7	10.5	19.1	16.1	19.3	16.5
標準偏差	4.24	3.35	1.20	3.35	0.60	3.71
有意差	※		※			

※は有意差検定で5%以内の危険率で差があることを表す。

2つの平均の差の検定……スネデカー・ジョンソンの法($n_1 = n_2$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$)

危険率5%以下でL₁とL₂, M₁とM₂の間には差が認められた。すなわち、加減の理解に、中位群, 下位群に差がみられる。(仮説2の検証) 上位群については有意差が認められない。

②の正答率(%)

資料2の3

(①については省略)

	C ₁	C ₂	主な誤答例		C ₁	C ₂	主な誤答例
②ア	93.1	86.6	16	カ	79.6	48.8	-8
イ	84.2	82.2	3, ±15	キ	88.6	44.4	0
ウ	75.0	55.5	3, -3	ク	84.2	51.1	5
エ	86.4	48.8	0	ケ	86.4	60.0	-15, 3
オ	81.8	55.5	-3	コ	90.9	77.8	-8

C₁は実験群44人(2人欠席)

C₂は統制群45人(1人欠席)

ウ～コの誤答はほとんど加法の規則で計算したものである。例えば $(-6) - (+6)$ は絶対値の差 $6 - 6 = 0$, 0と答えている。 $(-10) - (+2)$ は絶対値の差 $10 - 2 = 8 \dots \dots -8$ としている。すなわち $(-10) + (+2)$ と混同している。計算のやり方がはっきりしていない。

統制群では正の数をたす, ひく, 負の数をたす, ひくという指導法で加法と減法がごっちゃになっているので, 思考が混乱するのではないかと考えられる。打開策としては, 加減の計算規則のまとめを, しっかりおさえる。(時間を十分かけて, 生徒が発見するように)そして, その後, ドリルをじゅうぶんにする。(加減の計算規則のまとめの必要性を生徒におしつけるようになる。)

要するに実験群の指導法が数学的にすっきりしており, しかもそれを具体的に示すので, そのつど(正+正, 負+負, ………)計算のやり方に気づき(発見する)まとめることができる。実際に容易に気づいた。(仮説2)

調査2の①, ②と③, ④の関連について(縦書きと横書きの相関について)

L_1 では相関係数が0.81, M_1 では相関係数が0.70で強い相関があると言える。すなわち, 縦書き計算に力を入れれば, 横書きの計算もじゅうぶんにできるということである。(H₁についてはほとんど満点なので相関係数の算出の必要なし。)

3. 調査3について

資料3の1(20点満点)

	L_1	L_2	M_1	M_2	H_1	H_2
平均	8.1	6.7	14.9	12.9	16.3	16.5
標準偏差	4.27	4.42	3.07	2.65	1.89	1.55
有意差						

各群とも有意差は認められない。

実験群の中位群, 下位群の平均点が, 統制群のそれを, それぞれ2点, 1.4点上まわっている。

正・負の数の学習が一応終って, ドリルを十分にやっているのに差が表われなかったのかもしれない。

そこで問題別に中位群(平均点の差が一番大きい)について考えてみる。(問題別正答数)

	①ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	②ウ	エ
M_1	10	7	10	8	10	9	8	7	8	9	9	3	5	7	4	5	6	6
M_2	7	5	8	7	10	8	8	6	9	9	9	4	3	3	2	2	10	3

①ア～エ加減, オ～ク乗除, ケ～シ累乗, ス～タ加減乗除, ②ア～エ式の値

M_1 と M_2 の正答数の差が一番大きいのがス～タの加減乗除(混合), 次が①ア～エの加法である。このことから中位群では代数和の理解が縦書き計算で効果があったのではないだろうか。

4. 調査4について

資料4(20点満点)

	L_1	L_2	M_1	M_2	H_1	H_2
平均	11.1	10.5	18.5	17.1	18.1	18.1
標準偏差	4.27	5.16	1.84	2.33	1.56	1.80
有意差						

各群とも有意差は認められない。
問題別にみても L_1 と L_2 に
おいて⑥のイ、ウ、エ、オの正
答数がそれぞれ5人と1人、7

人と4人、6人と3人、5人と2人である。このことは能率的な計算(正の項どうしの和、負の項どうしの和の考え)がやや身についているということが言えるのではなかろうか。

V まとめと反省

仮説1については統計的処理の結果では有意差は認められなかったが、これは生徒が勉強しなければという意欲をじゅうぶんに持っていて、導入部分では、ある程度の理解が可能な状態にあつたということと、調査問題の難易度にも問題があったと考えられる。能力別(グループ)に違う問題を作成するということを今後研究しなければならないと思う。(テストの妥当性)

しかし、授業を進めていく上で実験群では、特に積極的に学習していた。

仮説2については、調査2で下位群、中位群について検証ができた。これは、その基本に仮説1があるわけだから、仮説1のことがらも、ある意味では正しいと言えるのではなかろうか。また仮説2について計算規則を授業中にスムーズにみつけることができた。

仮説3については統計的には差がなかったが、調査3より常識的には若干の差が表われている。また、縦書きをおし進めていってもじゅうぶんに横書きが理解されるということが調査2より検証できた。ただ問題点としては、括弧のつかいかたに注意しなければならないと思う。

授業時数を実験群では多少短縮できた。今後の研究課題としては、能力別の調査問題の作成、乗除の指導過程、その後の代数和の指導、さらに文字式に進んだとき、代数和の考え、項の考えの理解がじゅうぶん身についているかどうかなどがあげられる。

参考図書 教育と心理のための推計学(岩原信九郎) 正の数と負の数(山岸雄策)

数と計算(戸田清) 教育実践研究集録(県教育センター)

教育研究の原理(岡田正美) 数学教育(明治図書)

数学教育研究集録(新潟県数学教育会) 中学新数学(啓林館、教科書)